

Das Wissen

Mathematik in Zeiten von KI – Beweise vom Chatbot

Von Christoph Drösser

Sendung vom: Mittwoch, 12. Juni 2024, 08.30 Uhr

Redaktion: Gábor Paál

Regie: Autorenproduktion

Produktion: SWR 2024

Einen mathematischen Satz zu beweisen, bedeutet: Lange heruntüfteln, bis der „Heureka“-Moment kommt. Manchmal dauert das Jahrhunderte. Dank KI wird das künftig wesentlich schneller gehen. Doch sind diese Beweise dann noch nachvollziehbar?

Das Wissen können Sie auch im **Webradio** unter www.swrkultur.de und auf Mobilgeräten in der **SWR Kultur App** hören – oder als **Podcast** nachhören:

<https://www.swr.de/~podcast/swrkultur/programm/podcast-swr-das-wissen-102.xml>

Bitte beachten Sie:

Das Manuskript ist ausschließlich zum persönlichen, privaten Gebrauch bestimmt. Jede weitere Vervielfältigung und Verbreitung bedarf der ausdrücklichen Genehmigung des Urhebers bzw. des SWR.

Die SWR Kultur App für Android und iOS

Hören Sie das Programm von SWR Kultur, wann und wo Sie wollen. Jederzeit live oder zeitversetzt, online oder offline. Alle Sendung stehen mindestens sieben Tage lang zum Nachhören bereit. Nutzen Sie die neuen Funktionen der SWR Kultur App: abonnieren, offline hören, stöbern, meistgehört, Themenbereiche, Empfehlungen, Entdeckungen ...

Kostenlos herunterladen: <https://www.swrkultur.de/app>

MANUSKRIFT

Autor:

Ich habe die Künstliche Intelligenz meines Vertrauens nach einem mathematischen Beweis gefragt.

Autor zu ChatGPT:

ChatGPT, kannst du beweisen, dass die Summe der ersten n ungeraden Zahlen genau n^2 ist?

ChatGPT:

Ja, ich kann es beweisen! Dieser Beweis verwendet mathematische Induktion ... Um den Beweis, dass die Summe der ersten n ungeraden Zahlen genau n -zwei ist, formal durchzuführen, kann man den Induktionsbeweis verwenden. Der Beweis gliedert sich in zwei Teile ...

Autor darüber:

Die neuen Algorithmen können nicht nur Gedichte schreiben und Wissensfragen beantworten – man kann ihnen auch mathematische Probleme vorlegen. Nicht nur Rechenaufgaben, sondern Beweise. Also die strenge Herleitung, dass eine Aussage zum Beispiel für alle Zahlen richtig ist.

ChatGPT:

... damit haben wir über den Induktionsschritt bewiesen, dass die Aussage für alle natürlichen Zahlen n wahr ist.

Autor:

Bisher waren solche Beweise die Domäne des Menschen. Aber neuerdings holen sich Mathematikerinnen und Mathematiker Hilfe vom Computer. Das könnte ihre Wissenschaft radikal verändern.

Sprecherin:

„Mathematik in Zeiten von KI – Beweise vom Chatbot“. Von Christoph Drösser.

Autor:

Mathematik, das hat doch was mit Rechnen zu tun, oder? Haben das nicht längst die Computer übernommen? Wozu braucht man noch Mathematikerinnen und Mathematiker? Jemanden wie Gudrun Thäter – sie ist Mathematikprofessorin am KIT in Karlsruhe. Die Aufgabe, die sie sich gestellt hat: Sie simuliert Strömungen im Computer, das wird zum Beispiel bei der Entwicklung neuer Batterien gebraucht.

Autor an Thäter:

Sie sind angewandte Mathematikerin. Ihre Arbeit – besteht die hauptsächlich aus Rechnen?

O-Ton 01 Gudrun Thäter, KIT Karlsruhe:

Das ist immer so ein kleines Missverständnis, dass Mathematik so mit Rechnen gleichgesetzt wird. Aber tatsächlich heißt angewandte Mathematik ja nur, dass die

Mathematik eine Anwendung findet, nicht, dass man unbedingt selber was rechnen muss. Genau genommen versuche ich immer den Satz unterzubringen in meinen Vorlesungen: Mathematik ist die Kunst, das Rechnen zu vermeiden.

Autor:

Die Bausteine, aus denen die Mathematik gemacht ist, sind Beweise. Keine mathematische Erkenntnis zählt, wenn sie nicht aus schon bekannten Definitionen oder Sätzen nach den Regeln der Logik abgeleitet werden kann.

O-Ton 02 Gudrun Thäter:

Tatsächlich führe ich relativ viele Beweise. Also wenn ich mir ein Strömungsproblem vorstelle, dann habe ich halt die drei Raumkomponenten x , y und z zum Beispiel und eine Zeitkomponente.

Autor:

Strömungsmodelle versuchen vorherzusagen, wie sich eine Flüssigkeit oder ein Gas verhält. Man kennt die Position und Geschwindigkeit der einzelnen Teilchen und die Kräfte, die auf sie wirken. Und dann will man möglichst genau berechnen, was im Laufe der Zeit passiert. Wenn das Modell die Wirklichkeit nicht gut beschreibt, stimmt natürlich die Prognose nach kurzer Zeit nicht mehr.

O-Ton 03 Gudrun Thäter:

Und Veränderungen in die unterschiedlichen Richtungen und in der Zeit können halt in dem Problem eine Rolle spielen. Und da muss man sich eben vorher überlegen, ob das überhaupt ein gutes Modell ist für das, was ich damit beschreiben will. Und für diese ganzen Fragen muss man immer Beweise führen. Und das ist mindestens die Hälfte meiner Arbeit.

Autor:

Wenn einer dieser Bausteine fehlerhaft ist, kann das ganze mathematische Gebäude zusammenstürzen. Man muss sich drauf verlassen können. Deshalb sind Mathematikerinnen und Mathematiker vorsichtig und auch ein bisschen misstrauisch Kollegen gegenüber.

O-Ton 04 Terence Tao, UC Los Angeles:

You have to know somebody personally ... five is kind of a maximum usually.

Voice-Over:

Man muss jemanden persönlich kennen. Es ist schwer, mit Leuten zusammenzuarbeiten, die man noch nie getroffen hat und deren Arbeit man nicht Zeile für Zeile überprüfen kann. Fünf sind normalerweise das Maximum.

Autor:

Das ist Terence Tao von der University of California in Los Angeles, ein Star unter den Mathematikern. 2006 wurde ihm die Fields-Medaille verliehen, die größte Auszeichnung in dieser Wissenschaft. Tao vergleicht die Arbeitsweise von Mathematikern mit der von Kunsthandwerkern.

O-Ton 05 Terence Tao:

Right now, for example, we prove things one at a time ... we have mass production.

Voice-Over:

Im Moment beweisen wir eine Sache nach der anderen. Wie ein Kunsthandwerker, der Holzpuppen herstellt – er nimmt eine nach der anderen, bemalt sie sehr sorgfältig, dann nimmt er die nächste. Die Art und Weise, wie wir Mathematik betreiben, hat sich im Lauf der Zeit kaum geändert. In allen anderen naturwissenschaftlichen Disziplinen dagegen gibt es Massenproduktion.

Atmo: Film Fermat's Last Theorem**Autor:**

Ein extremes Beispiel für diese einsame Arbeitsweise war Andrew Wiles, über den die BBC einen tollen Dokumentarfilm gedreht hat. Der wollte den Großen Satz von Fermat beweisen – eine einfach zu formulierende Behauptung, an der sich die Forschenden aber seit 350 Jahren die Zähne ausgebissen hatten. Es ging um natürliche Zahlen, 1, 2, 3 und so weiter. Der Satz von Fermat besagt, dass die Gleichung $a^n + b^n = c^n$ keine Lösung mit ganzen Zahlen hat, wenn n größer ist als 2. Um diesen Satz zu beweisen, zog sich Andrew Wiles sieben Jahre lang, von 1986 bis 1993, in seine Studierstube zurück, erzählte niemandem davon und veröffentlichte dann einen Beweis. Der hatte einen Fehler, Wiles musste zurück an den Schreibtisch und noch ein weiteres Jahr arbeiten, dann hatte er endlich die Lösung.

Wie sehen mathematische Beweise aus? Im Prinzip geht es darum, eine Behauptung etwa über Zahlen von den allgemein akzeptierten Grundprinzipien der Mathematik abzuleiten. Die ersten wirklich strengen Beweise haben die alten Griechen geführt. Hier ist ein Satz, den schon Euklid 300 Jahre vor Christus bewiesen hat. Die Frage war: Gibt es unendlich viele Primzahlen, also Zahlen, die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind?

Autor zu Thäter:

Die Primzahlen werden ja immer weniger, je höher man geht, also zwischen 1 und 100 gibt es viel mehr Primzahlen als zwischen 1001 und 1100. Und es ist doch vorstellbar, dass das, wenn das immer weniger tröpfelt, irgendwann mal aufhört, oder?

O-Ton 06 Gudrun Thäter:

Ja, das ist ein schöner Beweis, der auch schon sehr alt ist. Und zwar würde ich mir vorstellen, ich würde alle Primzahlen kennen und kann mir die als eine Menge von Zahlen, die ich mir auf meinen Tisch zurechtgelegt habe, vorstellen. Und wenn ich die jetzt alle miteinander multipliziere, kriege ich eine neue Zahl, die diese ganzen Primfaktoren hat. Und dann kann ich dazu plus eins rechnen.

Autor:

Diese Zahl, die sich dabei ergibt – alle Primzahlen miteinander multipliziert plus eins –, kann durch keine der benutzten Primzahlen teilbar sein. Immer würde der Rest 1 übrigbleiben. Also ist sie selber eine neue Primzahl – aber das widerspricht der

Annahme, dass alle Primzahlen auf dem Tisch liegen. Man kann also immer wieder neue Primzahlen finden, es gibt folglich unendlich viele. Das ist ein klassischer Widerspruchsbeweis, eine „reductio ad absurdum“.

Vielleicht ist es aufgefallen: Für den Beweis habe ich keine mathematischen Formeln gebraucht, das ging alles in normaler menschlicher Sprache. So werden auch große Teile von komplizierten Beweisen geschrieben – sie sind gar nicht so streng formal, wie man meinen könnte. Und deshalb können sie unverständlich sein oder gar fehlerhaft. Es gibt Beweise, über die wird seit über zehn Jahren gestritten.

O-Ton 07 Leo de Moura:

It takes longer and longer to check these proofs manually ... claiming it's correct.

Voice-Over:

Es dauert immer länger, diese Beweise manuell zu überprüfen, irgendwann reicht ein Leben nicht mehr aus. Von dem Beweis für die sogenannte ABC-Vermutung glauben viele, dass er fehlerhaft ist, andere halten ihn für korrekt.

Autor:

Die ABC-Vermutung ist auch so eine zahlentheoretische Hypothese – zu kompliziert, um sie hier zu erklären. Entscheidend ist: Es gibt einen angeblichen Beweis, aber er ist sehr umstritten.

O-Ton 08 Leo de Moura, Amazon Research:

Nobody wants to invest one year ... it feels like a wasted time.

Voice-Over:

Niemand will ein oder zwei Jahre seines Lebens investieren, um das zu überprüfen. Das ist eine gefühlte Zeitverschwendung.

Autor:

Das ist Leo de Moura. Er kommt aus Rio de Janeiro, arbeitet aber schon viele Jahre als Softwareentwickler bei amerikanischen Computerfirmen. Im Moment ist er in der Forschungsabteilung von Amazon und kann sich dort seine Projekte ziemlich frei aussuchen. Um 2013 herum arbeitete er an einem System, um große Computerprogramme auf Fehler zu überprüfen. Und da kam ihm die Idee: Diese Verfahren könnte man auch benutzen, um mathematische Beweise auf ihre Korrektheit zu prüfen. Dazu müssten sie aber streng formal aufgeschrieben werden, jeder kleinste logische Schritt in einer Art Formel oder Computercode.

O-Ton 09 Leo de Moura:

I started project like 10 years ago ... you can encode it as a mathematical problem.

Voice-Over:

Ich habe das Projekt vor etwa 10 Jahren bei Microsoft Research begonnen. Ich habe an einem Programm namens Z3 gearbeitet, da ging es darum Fehler und Sicherheitslücken in Software zu finden. Man will beweisen, dass nichts Schlimmes passieren kann – und das lässt sich als ein mathematisches Problem kodieren.

Autor:

Software besteht aus formalen Befehlen, die nacheinander ausgeführt werden. Aber je nachdem, welchen Input man ihm gibt, kann ein unsauber geschriebenes Programm abstürzen oder sich aufhängen. Daher muss man beim Programmieren sicherstellen, dass das bei keinem möglichen Input passiert. Man beweist mathematisch, dass das Programm sauber funktioniert. De Mouras Überlegung: Wenn man einen mathematischen Beweis als Folge logischer Schritte beschreiben kann, dann ähnelt das stark einem Softwareprogramm. Zusammen mit Kollegen entwickelte Leo de Moura den Beweis-Checker Lean, geschrieben L-E-A-N (1). Eine Art Programmiersprache, die einen mathematischen Beweis sozusagen in seine logischen Atome zerlegt – und dann ist ein Computer in der Lage, dieses Programm abzarbeiten und am Ende zu sagen, ob alle Schritte korrekt waren. Man fing mit einfachen Beweisen an.

O-Ton 10 Leo de Moura:

I wanted to be able to do something cool with Lean... there are infinite primes ...

Voice-Over:

Ich wollte etwas Cooles machen mit Lean – und wir haben schon mit der ersten Version den Beweis überprüft, dass es unendlich viele Primzahlen gibt.

Autor:

Der klassische Beweis von Euklid, von dem vorhin schon die Rede war.

O-Ton 11 Leo de Moura:

Today this is a trivial result ... this was a milestone to prove that.

Voice-Over:

Heute ist das trivial, aber damals war das ein Meilenstein.

Autor:

Damit das gelingt, müssen Beweise aus der informellen menschlichen Sprache in Lean übersetzt werden, das ist sehr zeitaufwendig. Die Beweise sehen aus wie Kauderwelsch, wirklich lesen kann sie nur die Maschine. Aber wenn die einmal das Okay gegeben hat, dann kann sich jeder Mensch auf diesen Beweis verlassen.

Es klingt vielleicht für Laien seltsam, dass man von Menschen geschriebene Beweise noch formalisieren muss. Sind die nicht logisch schlüssig und so geschrieben, dass jeder und jede sie versteht?

Autor zu Thäter:

Gibt es Beweise, wo Sie sagen: Verstehe ich nicht?

O-Ton 12 Gudrun Thäter:

Absolut. Das sind die meisten Beweise (lacht).

Autor:

Es ist meist nur eine kleine Gruppe von Mathematikern, die einen Beweis tatsächlich von vorne bis hinten nachvollzieht.

Autor zu Thäter:

Wenn Sie was veröffentlichen – wie viele Leute können das wirklich voll kompetent lesen und verstehen?

O-Ton 13 Gudrun Thäter:

Also es kommt ein bisschen darauf an. So allgemeine Argumente: vielleicht 50. Um dann so speziellere Sachen – da gibt es vielleicht vier, die das interessant genug finden, um wirklich auch noch den letzten Beweisschritt nachvollziehen zu wollen. Und vielleicht andere 20 möchten gern mit meinem Ergebnis weiterarbeiten und gucken sich nicht jedes Detail an, sondern vertrauen darauf, dass, wenn ich diese eine Frage positiv beantworte, dass sie das vertrauenswürdig finden.

Autor:

Da ist wieder die Sache mit dem Vertrauen, und durch die Formalisierung kann man das Vertrauen in Beweise erhöhen. Lean ist nicht der einzige dieser Beweisassistenten. Aber es ist heute der populärste. Das hat auch damit zu tun, dass sich die Lean-Entwickler nicht gleich die ganze Mathematik auf einmal vornahmen, sondern gezielt Gebiete, über die in der Branche viel gesprochen wurde.

Atmo: Fields-Medaille 2018 für Peter Scholze**Autor:**

Zum Beispiel die sogenannten perfektoiden Räume, mit denen der Bonner Mathematiker Peter Scholze bekannt wurde. Er bekam für seine Arbeiten 2018 die Fields-Medaille. Die Lean-Leute machten sich an die Arbeit und formalisierten Scholzes Theorie in ihrer Programmiersprache. (2)

O-Ton 14 Leo de Moura:

Eventually, Peter Scholze was paying attention ... simplified his proof.

Voice-Over:

Irgendwann wurde Peter Scholze auf das Projekt aufmerksam. Er sagte: Schaut mal, ich habe dieses neue Ergebnis und bin mir nicht sicher, ob es korrekt ist oder nicht. Könnt ihr es formalisieren? Und die Leute haben seinen Beweis erfolgreich formalisiert und vereinfacht.

O-Ton 15 Gudrun Thäter:

Ich finde das total toll. Ich muss ganz ehrlich sagen, ich bin da total begeistert davon, dass das möglich ist im Prinzip. Gerade von Peter Scholze zum Beispiel die Sachen, wo er selber das Gefühl hatte, er würde gerne haben, dass das mal jemand so genau überprüft, dass da sozusagen auch Schwächen aufgedeckt werden könnten, die er übersehen hat.

Autor:

Peter Scholze selbst war an der Programmierarbeit nicht beteiligt, aber die Arbeit mit dem Beweisassistenten beeindruckte ihn. Terence Tao, der andere Fields-Medaillenträger, den wir schon am Anfang gehört haben, hängt sich dagegen persönlich tief in ein Lean-Projekt hinein und lernte den Code. (3) Tao ist nicht so ein Einzelgänger wie Scholze, er sah die Chance, dass sich in der Mathematik eine Arbeitsteilung ergibt, wie sie bisher nicht üblich war.

O-Ton 16 Terence Tao:

When I formalized our most recent results ... a more modern way.

Voice-Over:

Als wir unseren Beweis für die so genannte PFR-Vermutung formalisiert haben, waren wir mehr als 20 Personen, jeder hat einen kleinen Teilschritt übernommen. Und ich musste nicht Zeile für Zeile überprüfen, sondern nur das ganze Projekt managen und sicherstellen, dass die Richtung stimmte. Es war eine andere Art, Mathematik zu betreiben, eine modernere Art.

Autor:

Das heißt nun nicht, dass Tao in Zukunft alle seine Beweise in der formalen Sprache aufschreiben wird, die die Lean-Software analysieren kann. Noch dauert das etwa zehnmals so lange wie die herkömmliche Methode mit ganzen deutschen oder englischen Sätzen.

(O-Ton 17 Terence Tao:

Right now I think we're not yet at the point ... two times as long or something.

Voice-Over:

Wir sind noch nicht an dem Punkt, an dem wir routinemäßig alles formalisieren. Man sollte das nur tun, wenn es tatsächlich etwas bringt – wenn man sich in Lean einarbeiten will oder andere Leute wirklich bezweifeln, dass das Ergebnis korrekt ist. Aber die Technik wird immer besser. Deshalb ist es in vielen Fällen klüger, einfach abzuwarten, bis es einfacher wird. Anstatt zehnmals so lange braucht die Formalisierung irgendwann nur noch doppelt so lange wie die herkömmliche Methode.)

Autor:

Lean deckt heute schon weitgehend das ab, was Studierende im Bachelor-Studiengang Mathematik lernen. Um wirklich mit der Spitzenforschung mithalten zu können, muss das Projekt noch gewaltig wachsen.

Musik-Trenner**Autor:**

Bis jetzt haben wir darüber geredet, wie Computeralgorithmen Beweise überprüfen, die ein Mensch formuliert hat. Aber können Computerverfahren auch selber Beweise führen – da, wo der Mensch entweder keine zündende Idee hat oder die Sache zu

mühsam ist? Einen ersten Schritt in diese Richtung gab es im Jahr 1976, erzählte Terence Tao bei einer Tagung im Januar 2024. (4)

O-Ton 18 Terence Tao talk:

Computer assisted proofs are not new. Famously the the four color theorem in 1986 was proven partly by computer ...

Autor darüber:

Damals wurde der sogenannte Vierfarbensatz bewiesen. Der besagt: Hat man eine Landkarte mit vielen Ländern, und jedes Land wird mit einer Farbe eingefärbt, dann genügen vier Farben, um die Karte so zu kolorieren, dass nie zwei gleichfarbige Länder eine gemeinsame Grenze haben. Das gilt für jede beliebige Karte. Für den Beweis mussten über 1000 mögliche Fälle von Länderkonstellationen einzeln untersucht werden. Und weil ein Mensch dafür sehr, sehr lange gebraucht hätte, überließ man die Aufgabe einem Computer. Viele Forschende hatten dabei ein ungutes Gefühl, und besonders elegant fanden sie den Beweis auch nicht. Inzwischen gibt es einfachere Beweise für den Satz.

Collage: Nachrichten über ChatGPT (auf Deutsch)

Autor:

Seit ein paar Jahren aber gibt es eine neue KI-Technik, die man vielleicht auch zum Beweisen nutzen könnte. Chatbots wie ChatGPT können alle möglichen menschlichen Sprachäußerungen fast perfekt imitieren. Und wie wir am Anfang der Sendung gehört haben, können sie auch mathematische Sätze beweisen. Zumindest relativ einfache.

Atmo: noch ein bisschen Gebrabbel von ChatGPT

Autor:

Diese grundlegenden mathematischen Beweise stehen sicherlich tausendfach online, und ChatGPT hat davon gelernt. Manchmal aber fantasiert der Chatbot sich auch Beweise für Sätze zusammen, die gar nicht wahr sind. Und für komplexere, ungelöste Fragen – für die das Internet nichts bereit hält – ist so ein allgemeiner Chatbot nicht geeignet. Dennoch gibt es Forscher, die versuchen, mit dieser Technik höhere Mathematik zu betreiben.

Atmo: Café in Mountain View, Treffen mit Wu und Szegedy. „Danke, dass ihr das macht!“ – „Was?“ – „Mit mir reden!“ ...

Autor:

Sie wollen mit den sogenannten großen Sprachmodellen einen Beweis-Bot konstruieren. Ich treffe Christian Szegedy und Tony Wu in einem Café in Mountain View im kalifornischen Silicon Valley. Sie sind Mitgründer der neuen KI-Firma xAI von Elon Musk (5). Der lässt sich normalerweise nicht gern von der Presse in die Karten schauen. Aber die beiden sind Wissenschaftler und haben kein Problem, mit mir zu reden.

O-Ton 19 Tony Wu, xAI:

I don't think then any of the models right now ... whether the logic checks out or not.

Voice-Over:

Die derzeitigen Modelle betreiben noch keine ernsthafte Mathematik. Sie verstehen die Grundlagen der Logik nicht, sondern reihen nur Wörter aneinander. Sie wissen nicht, wann der Beweis fertig ist, ob er tatsächlich korrekt ist, ob die Logik stimmt oder nicht.

Autor:

Das ist Tony Wu, ein Mathematiker, der schon seit einigen Jahren daran arbeitet,, Sprachmodellen wie ChatGPT Logik und formales Denken beizubringen. Bei Google traf er Christian Szegedy, einen aus Ungarn stammenden Informatiker mit ähnlichen Ambitionen. Wu erklärt, wie die plappernden Bots zu logisch seriösen Beweismaschinen werden sollen.

O-Ton 20 Tony Wu:

Initially, we will start with some models ... this gives the model the signal what data to train on.

Voice-Over:

Wir fangen an mit den verfügbaren Modellen wie Grok oder ChatGPT, die mit großen Textmengen aus dem Internet trainiert worden sind. Die können den Stil menschlicher Beweise imitieren, aber nur sehr oberflächlich. Dann versuchen wir, mit ihnen immer schwierigere mathematische Probleme zu lösen, wir überprüfen, ob die Beweise korrekt sind, und füttern das wieder als Signal in das Modell ein.

Autor:

Dabei könnte immer noch Unsinn herauskommen – aber es gibt ja die Proof-Checker, die digitalen Beweisassistenten, von denen wir eben gehört haben.

O-Ton 21 Tony Wu:

The idea here is exactly what you just said ... over the last several years.

Voice-Over:

Genau – die Idee ist, die Lösung eines Sprachmodells in einen dieser Beweisassistenten zu geben. Und der kann sagen, ob sie richtig oder falsch ist. Natürlich ist das ein bisschen komplizierter, weil der Beweis des Sprachmodells ja in natürlicher Sprache verfasst ist. Aber daran haben wir in den letzten Jahren gearbeitet.

O-Ton 22 Christian Szegedy, xAI:

I would like to emphasize because Tony is a bit modest ... that has never been done before.

Voice-Over:

Tony ist da ein bisschen bescheiden. Aber das hat es so noch nicht gegeben: Du nimmst eine formale Aussage, löst sie zuerst mit dem Sprachmodell in natürlicher Sprache, und überträgst den Beweis zurück in die formale Sprache.

Autor:

Die beiden sagen, dass ihr Modell schon die gesamte Schulmathematik beherrscht. Und Christian Szegedy ist nicht ganz so bescheiden wie sein Kollege – er glaubt, dass ihre Beweismaschine innerhalb von drei Jahren zu den Spitzenmathematikerinnen und -mathematikern aufschließen kann. Das System soll die Mathematik „lösen“, so nennen sie es.

O-Ton 23 Christian Szegedy:

To me solving mathematics means ... negligible compared to the AI, that's my estimate.

Voice-Over:

Was heißt es, die Mathematik zu lösen? Vergleichen Sie einen Schachspieler mit dem Programm AlphaZero. Das Programm ist so viel stärker als jeder menschliche Schachspieler, dass der Mensch es im Grunde nicht verbessern kann. In ähnlicher Weise werden wir in der Mathematik in zwei oder drei Jahren einen Punkt erreichen, an dem der Mehrwert des Menschen beim Beweis einer mathematischen Aussage im Vergleich zur KI vernachlässigbar sein wird.

Autor:

Und wenn eine Maschine denken kann wie ein Mathematiker, sagt Szegedy, dann kann sie auch in anderen Bereichen vernünftige Schlüsse ziehen.

O-Ton 24 Christian Szegedy:

If you can achieve deep reasoning ... it's a new era of things.

Voice-Over:

Wenn man tiefes logisches Denken realisieren kann, dann ist ein großer Teil der Probleme der KI gelöst. Mathematik ist eigentlich nur eine Art Höhepunkt des Denkens, die Fähigkeit kann auf fast jeden anderen Bereich übertragen werden. Einer meiner Brüder, ein bekannter Mathematiker, sagt, das ist eine intellektuelle Atombombe. (Wenn man das hinbekommt, bricht ein neues Zeitalter an.)

Musik-Trenner**Autor:**

Das sind starke Worte, vielleicht hat der großspurige Chef Elon Musk schon ein bisschen abgefärbt. Terence Tao sieht die Potenziale der Sprachmodelle, aber dass die Computer uns schon in drei Jahren überlegen wären, glaubt er nicht.

O-Ton 25 Terence Tao:

I think in three years, AI will become useful ... I think their timeframe is maybe a little bit aggressive.

Voice-Over:

Ich denke, in drei Jahren wird KI für Mathematiker ein nützliches Werkzeug sein, ein großartiger Co-Pilot. Die KI wird immer handhabbarer werden – aber ich glaube nicht, dass bis dahin die Mathematik „gelöst“ wird.

Autor:

Tao lehnt die KI-Beweise nicht ab – er sieht ganz neue Möglichkeiten für die Mathematik, wenn Mensch und Maschine zusammenarbeiten.

O-Ton 26 Terence Tao:

What mathematicians are doing is ... AI will automate the boring, trivial stuff first.

Voice-Over:

Mathematiker erforschen den Raum dessen, was wahr und was falsch ist. Und warum Dinge wahr sind. Das tun wir mit Hilfe von Beweisen, und das ist mühsam. In Zukunft werden wir vielleicht einfach eine KI fragen: Ist das wahr oder nicht?

O-Ton 27 Leo de Moura:

In a not so distant future, ... Do you want me to do it for you?

Voice-Over:

In nicht allzu ferner Zukunft wird KI in Lean integriert sein und Mathematikern Vorschläge für den nächsten Beweisschritt machen. Sie beweist nicht das ganze Theorem, aber sie sagt vielleicht: Warum probierst du nicht mal dieses oder jenes? Ich könnte den Beweis für dich fertig machen – soll ich das tun?

Autor:

Das hört sich jetzt so an, als ginge es beim Beweisen nur darum, eine Behauptung als wahr abzuhaken. Aber Mathematiker gewinnen auch neue Einsichten, wenn sie sich durch einen komplizierten Beweis durchfuchsen. Peter Scholze, der deutsche Fields-Medaillenträger, hält es für gefährlich, sich zu sehr auf die Algorithmen zu verlassen. Scholze gibt nicht gern Interviews – aber in einer E-Mail schreibt er mir, man müsse aufpassen, Zitat: „dass, dadurch das eigentliche, tiefe Verständnis für die Mathematik nicht verloren geht.“ Zitat Ende.

O-Ton 28 Gudrun Thäter:

Das glaube ich halt nicht.

Autor:

Entgegnet Gudrun Thäter.

O-Ton 29 Gudrun Thäter:

Bevor ich das delegieren kann, muss ich das so gut verstanden haben, dass ich es eigentlich durchdrungen habe und dann nur noch so, sag mal, die langweiligen Sachen abgeben kann. Also sowas wie: Ich weiß, das zerfällt jetzt in 100 Spezialfälle und ich kann dann den Computer die Spezialfälle alle angucken lassen, und dann kann er eben rausfinden, in allen 100 Spezialfällen geht das gut.

O-Ton 30 Terence Tao:

Part of it is that it doesn't have enough data ... the successful thing, not the process.

Voice-Over:

Ein Problem ist, dass es nicht genügend Trainingsdaten gibt. Man kann die Algorithmen bisher nur mit den publizierten mathematischen Arbeiten trainieren. Aber ein großer Teil der Intuition steckt nicht in den gedruckten Artikeln, sondern in Gesprächen zwischen Mathematikern, in Vorlesungen, in Beratungsgesprächen mit Studierenden. Manchmal sage ich im Scherz, dass die KI ein normales Studium absolvieren müsste, in den Seminaren sitzen, Fragen stellen wie Studierende und Mathematik so lernen müsste, wie Menschen sie lernen.

Autor:

Wenn Mathematikerinnen und Mathematiker zunehmend in Teams arbeiten und formale Methoden wie die Beweisassistenten benutzen, dann kommunizieren sie mehr über ihre Ideen, auch über diejenigen, die sich als Irrwege herausgestellt haben. Wenn diese Diskussionen festgehalten werden, kann das auch wichtiges Trainingsmaterial für die künstlichen Intelligenzen sein.

O-Ton 31 Terence Tao:

So much of our knowledge is somehow trapped ... will become explicit.

Voice-Over:

Es steckt so viel Wissen in den Köpfen einzelner Mathematiker, und nur ein winziger Teil davon wird explizit gemacht. Aber je mehr wir formalisieren, desto mehr von unserem impliziten Wissen wird explizit.

O-Ton 32 Gudrun Thäter:

Was vielleicht auch den anderen Leuten, die Mathematik nicht als Profession betreiben, nicht so klar ist: dass Mathematik machen tatsächlich auch ein sehr kommunikativer Prozess ist. Also dass dieses „Man redet darüber, was man eigentlich machen will und man formuliert Ideen, wie das vielleicht geht“ – das ist extrem hilfreich. Das ist eigentlich was, was allen was helfen würde, nicht zuletzt den jungen Leuten, auf die das immer so wirkt, wenn die dann so glattgebügelte Beweise sehen, als wäre es in meinem Kopf auch so glatt gebügelt gewesen die ganze Zeit und sich dann selber für dumm halten, was ja nicht... das stimmt ja nicht.

Autor:

Keiner der Mathematiker, die ich interviewt habe, hat Angst vor einer überschlaunen Künstlichen Intelligenz, die irgendwann nur noch mathematische Formeln ausspuckt, die wir nicht mehr verstehen. Sie sehen die Algorithmen als Werkzeuge, mit denen wir unser eigenes mathematisches Verständnis auf eine neue Stufe heben können. Das sagt zum Beispiel Christian Szegedy, der in drei Jahren die Mathematik „lösen“ will.

O-Ton 33 Christian Szegedy:

I often say that this is like the invention of a telescope ... and find connections that are crazy.

Voice-Over:

Ich vergleiche das oft mit der Erfindung des Fernrohrs. Früher hat man Astronomie mit dem bloßen Auge betrieben, wir machen heute Mathematik mit dem bloßen Gehirn. Aber so wie wir mit dem Teleskop Dinge sehen können, die wir mit dem bloßen Auge nicht sehen konnten, werden wir mit KI in die Tiefen der Logik schauen, Dinge sehen, die wir uns vorher nicht vorstellen konnten, und verrückte Verbindungen finden.

O-Ton 34 Terence Tao:

Mathematics is already bigger than any one human mind ... that's fine by me.

Voice-Over:

Die Mathematik ist schon jetzt größer als jeder einzelne menschliche Verstand. Mathematiker verlassen sich routinemäßig auf die Ergebnisse anderer. Sie wissen ungefähr, warum etwas wahr ist, aber können es nicht bis auf die Axiome herunterbrechen. Aber sie wissen, wo sie suchen müssen oder kennen jemanden, der es weiß. Es wird in Zukunft nicht mehr nötig sein, dass einer oder eine alles Schritt für Schritt überprüft. Wenn Computer das für uns übernehmen, ist das für mich völlig okay.

Autor:

Also: Vorerst müssen wir uns vor überschaulen Maschinen nicht fürchten. Die neuen Werkzeuge werden die Arbeitsweise von Mathematikern verändern. Und wenn es nach unseren Experten geht, wird das eine neue Blütezeit dieser Wissenschaft einläuten.

Sprecherin und Autor:

Das Wissen. „Mathematik in Zeiten von KI – Beweise vom Chatbot“. Autor und Sprecher: Christoph Drösser. Redaktion: Gabor Paal.

(1) <https://lean-lang.org/>

(2) <https://leanprover-community.github.io/blog/posts/lte-final/>

(3) <https://terrytao.wordpress.com/2023/11/18/formalizing-the-proof-of-pfr-in-lean4-using-blueprint-a-short-tour/>

(4) <https://www.youtube.com/watch?v=AayZuuDDKP0>

(5) <https://x.ai/about>

* * * * *